

Coeficientes de Seguridad para el Diseño Sísmico Basado en la Performance

*Dr. Ing. Raúl D. Bertero, Ing. Alejandro Verri e Ing. Alejandro Lehmann
Facultad de Ingeniería, UBA*

RESUMEN

El Diseño Sísmico basado en la Performance requiere diseñar explícitamente para que las construcciones alcancen determinados estados límites de utilización con una probabilidad de falla especificada. Por su parte, el ingeniero estructural dimensiona en la práctica las estructuras utilizando normas donde la probabilidad de falla está implícita en la utilización de los coeficientes reglamentarios de mayoración de las acciones y de minoración de las resistencias.

Se demuestra en este trabajo como estos coeficientes pueden determinarse en forma explícita a partir del conocimiento de la sismicidad del sitio de emplazamiento de la edificación, de las propiedades estadísticas de la respuesta estructural a los terremotos y de la probabilidad de falla especificada.

Mediante el análisis estadístico de la respuesta elástica de sistemas de un grado de libertad y de edificios modelizados como una viga de corte a 1,600 registros sísmicos (tomados de la base de datos disponible en la Universidad de California) los criterios anteriores son utilizados para calcular los coeficientes de seguridad parciales para fuerzas y desplazamientos sísmicos de sistemas de un grado de libertad y para las aceleraciones y distorsiones de entrepisos en edificios.

SUMMARY

Performance-based Design requires that the designed structure reaches specific limit states with a specified failure probability. On the other hand, the structural engineer sizes the members in practice using codes where the failure probability is implicit in the load and resistance factors design.

It is shown in this paper how these factors can be explicitly computed from the site seismicity, the statistics of the structural response to earthquake ground motions and the specified failure probability.

From the statistics of the elastic response of one degree of freedom and shear beam modeling of buildings to 1,600 earthquake ground motions records (from University of California Data Base) these criteria are used to compute the load and resistance factors design for strength, displacements, accelerations and interstory drifts.

1. INTRODUCCION

El Diseño Sísmico basado en la Performance requiere diseñar explícitamente para que las construcciones alcancen determinados estados límites de utilización con una probabilidad de falla especificada. Por su parte, el ingeniero estructural dimensiona en la práctica las estructuras utilizando normas donde la probabilidad de falla está implícita en la utilización de los coeficientes reglamentarios de mayoración de las acciones y de minoración de las resistencias.

Se demuestra en este trabajo como estos coeficientes pueden determinarse en forma explícita a partir del conocimiento de la sismicidad del sitio de emplazamiento de la edificación, de las propiedades estadísticas de la respuesta estructural a los terremotos y de la probabilidad de falla especificada.

2. REPRESENTACIÓN PROBABILÍSTICA DE LA SISMICIDAD DEL SITIO DE EMPLAZAMIENTO

La probabilidad de ocurrencia de distintos niveles de intensidad de los movimientos del terreno en un sitio dado suele representarse por la función de riesgo sísmico, $H_A(a)$. Esta función representa la probabilidad de que la aceleración máxima del terreno, A , en un año sea mayor o igual un cierto valor a .

Utilizando los datos estadísticos existentes se puede establecer un modelo de distribución de frecuencias medias anuales de aceleraciones máximas en roca para el sitio de emplazamiento basado en la siguiente expresión (Castano 1977)

$$H_A(a) = P(A \geq a) = k_0 a^{-k} \quad (1)$$

donde k_0 y k son las constantes que caracterizan la sismicidad del sitio. Esto implica que la función de riesgo es lineal en un gráfico log-log en el rango de interés. En los Estados Unidos valores típicos de k se encuentran entre 1 y 4 (Yun and Foutch, 2000).

Considerando que la probabilidad media anual de ocurrencia es igual a la inversa del período de retorno, T_R , también se puede obtener el valor medio de la aceleración máxima de la roca, μ_A , en función del período de retorno como

$$\mu_A = (T_R k_0)^{1/k} \quad (2)$$

En la Tabla 1 se puede ver la sismicidad de distintas ciudades de la Argentina (Castano 1977).

Tabla 1. Sismicidad de ciudades de Argentina. (Castano 1977)

Ciudad	k	k ₀	Aceleraciones Probables (% g)			Períodos Medios de Retorno (años)			Riesgo Sísmico- T _R =100		
			TR= 50	TR=100	TR=200	A _R =5%	A _R =10%	A _R =20%	A _R =5%	A _R =10%	A _R =20%
JUJUY	2,05	0,99	6,7	9,6	13,2	27,4	113	469	97,4	58,6	19,2
SALTA	1,95	0,88	7,0	10,0	14,3	25,9	100	387	97,9	63,2	22,8
TUCUMAN	2,23	0,50	4,2	5,8	7,9	72,4	340	1593	74,9	25,5	6,1
SGO. ESTERO	2,36	0,26	3,0	4,0	5,3	172	881	4523	44,2	10,7	2,2
CATAMARCA	1,88	0,65	6,4	9,2	13,3	31,7	117	430	95,7	57,6	20,8
LA RIOJA	2,23	0,93	5,6	7,6	10,4	38,9	183	857	92,3	42,2	11,0
CORDOBA	2,36	0,21	2,7	3,6	4,9	212	1090	5600	37,5	8,8	1,8
SAN JUAN	1,50	2,03	21,8	34,5	54,8	5,5	15,6	44,1	99,9	99,8	89,7
MENDOZA	1,56	1,87	18,3	28,6	44,6	6,6	19,4	57,2	99,9	99,4	82,6
SAN LUIS	2,36	0,34	3,3	4,5	6,0	131	674	3459	53,3	13,8	2,8
NEUQUEN	2,46	0,10	1,9	2,5	3,4	524	3.880	15.800	20,5	2,9	0,1
BARILOCHE	2,00	0,40	4,5	6,3	8,9	50	200	1000	79,8	33,0	9,5

Usando la Ec. (1) se puede calcular también la aceleración máxima del terreno a^* que tiene una probabilidad anual p^* de ser excedida

$$P(A \geq a^*) = k_0 a^{*-k} = p^* \quad \rightarrow \quad a^* = k_0^{1/k} p^{*-1/k} \quad (3)$$

Se debe tener en cuenta que el período de retorno, T_R , y la probabilidad de excedencia en N años, p_N , son dos modos diferentes de expresar el mismo concepto y que ambos están relacionados por

$$p^* = \frac{1}{T_R} \quad p_N = 1 - (1 - p^*)^N \quad (4)$$

donde p^* es la probabilidad de excedencia anual. La validez de estas ecuaciones asume que la ocurrencia de terremotos en el sitio son eventos independientes. Aunque esto no es estrictamente correcto, estas relaciones son ampliamente utilizadas para simplificar el tratamiento probabilístico. Por ejemplo, con $p_N = 0.10$ y $N = 50$ años (10 % de probabilidad de excedencia en 50 años), se obtiene el período de retorno $T_R = 475$ años utilizado habitualmente en los reglamentos para el terremoto de diseño del estado límite último.

3. DETERMINACIÓN PROBABILÍSTICA DE LOS COEFICIENTES DE SEGURIDAD PARCIALES

El objetivo del desarrollo siguiente consiste en obtener una ecuación de diseño basado en la performance del tipo

$$\phi \hat{C} \geq \gamma \hat{D}^* \quad (5)$$

donde C = variable representativa de la capacidad de la estructura, D = demanda sísmica de dicha variable, ϕ = factor de minoración, γ = factor de mayoración, \hat{C} =

mediana de la capacidad de la estructura y \hat{D}^* = mediana de la demanda correspondiente a una aceleración máxima del terreno con una probabilidad anual p^* de ser excedida, y p^* = probabilidad anual admitida para la falla del estado límite de performance seleccionado (objetivo de performance)

$$P_{PL} = P(C \leq D) = p^* \quad (6)$$

Vamos a considerar que dada una determinada aceleración máxima del suelo $A = a$, la mediana de la demanda condicional puede ser representada aproximadamente (en la región de interés correspondiente a probabilidades anuales p^*) como¹

$$\hat{D}/A = b_0 a^b \quad (7)$$

Consideremos también que tanto la capacidad como las demanda condicional son variables aleatorias log-normales con medianas \hat{C} y \hat{D}/A y dispersiones ξ_C y $\xi_{D/A}$ respectivamente. Es decir que asumimos las siguientes funciones de distribución de probabilidad

$$F_C(c) = \Phi \left[\frac{\ln(c/\hat{C})}{\xi_C} \right] \quad F_{D/A}(d) = \Phi \left[\frac{\ln(d/\hat{D}/A)}{\xi_{D/A}} \right] \quad (8)$$

donde $\Phi[]$ es la función de distribución normal normalizada.

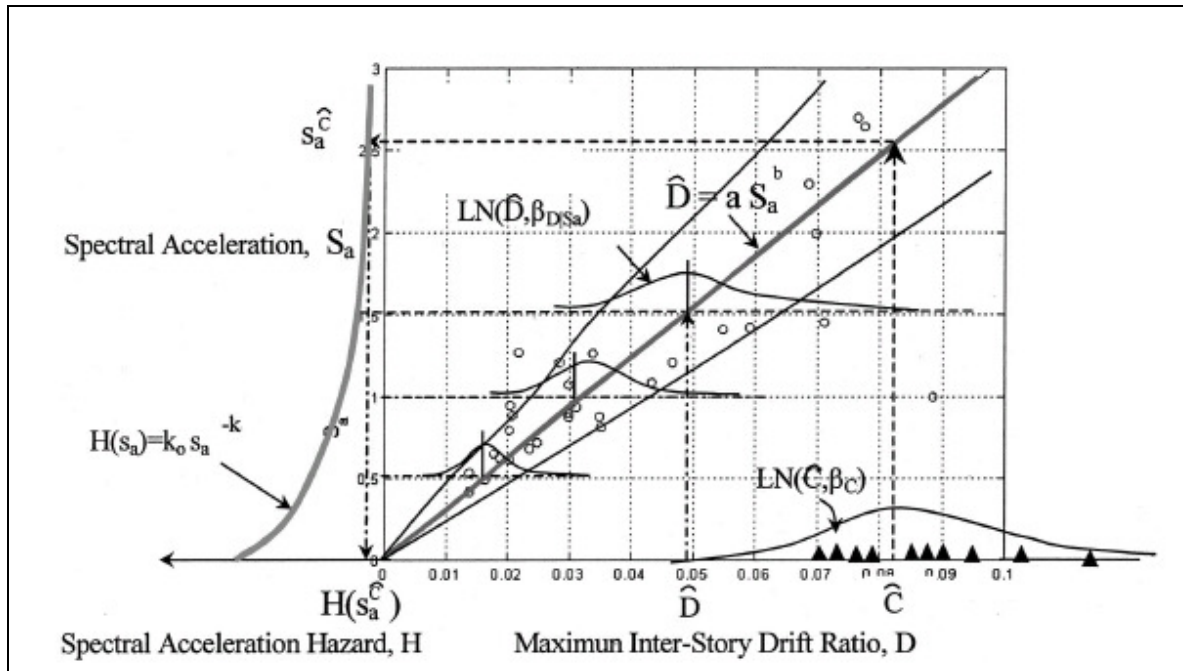


Figura 1. Demanda, Capacidad y Riesgo Sísmico (Cornell y otros, 2002)

¹ Nótese que si la respuesta se mantiene en el rango lineal debe ser $b=1.0$

Para obtener una ecuación de diseño que contenga en forma explícita capacidad y demanda a cada lado de la ecuación es necesario proceder en dos pasos. En el primero se combinan el riesgo sísmico del sitio $H_A(a)$ con la demanda condicional D/A (que depende de la estructura) para obtener una función de riesgo sísmico específico para la estructura $H_D(d)$ (es decir la probabilidad anual de exceder un nivel de demanda d). El segundo paso combina esta función con la distribución de probabilidad de la capacidad de la estructura para obtener probabilidad anual admitida para la falla del estado límite de performance seleccionado P_{PL}

Utilizando el Teorema de la Probabilidad Total (Benjamín y Cornell 1970), la función de riesgo sísmico para la estructura se puede calcular combinando los niveles de demanda producidos por las distintas aceleraciones esperadas en el sitio

$$H_D(d) = P(D \geq d) = \sum_{\forall a_i} P\left[D \geq d/A = a_i\right] P[A = a_i] = \int P\left[D \geq d/A = a\right] |\partial H_A(a)| \quad (9)$$

Y empleando nuevamente el Teorema de la Probabilidad Total resulta

$$P_{PL} = P[C \leq D] = \sum_{\forall d_i} P\left[C \leq D/D = d_i\right] P[D = d_i] = \int P[C \leq d] |\partial H_D(d)| \quad (10)$$

Tomando la ec.(9) y reemplazando en la integral la derivada de la ec.(1) se obtiene

$$\begin{aligned} H_D(d) &= \int P\left[D \geq d/A = a\right] |\partial H_A(a)| = -\int_0^{\infty} \left\{ 1 - \Phi \left[\frac{\ln\left(\frac{d}{(b_0 a^b)}\right)}{\xi_{D/A}} \right] \right\} \partial(k_0 a^{-k}) = \\ &= -\int_0^{\infty} \Phi \left[-\frac{\ln\left(\frac{d}{(b_0 a^b)}\right)}{\xi_{D/A}} \right] \partial(k_0 a^{-k}) = -\int_0^{\infty} \Phi \left[\ln\left(\frac{b_0 a^b}{d}\right)^{1/\xi_{D/A}} \right] \partial(k_0 a^{-k}) = \boxed{k_0 \left(\frac{d}{b_0}\right)^{-k/b} e^{\frac{k^2 \xi_{D/A}^2}{2b^2}}} \quad (11) \end{aligned}$$

Derivando la ec.(11) y utilizando la función de distribución de la capacidad $F_C(c)$ [Ec.(8)], podemos escribir la probabilidad anual admitida para la falla del estado límite de performance seleccionado P_{PL} [ec.(10)] como

$$P_{PL} = -\int_0^{\infty} \Phi \left[\frac{\ln(d/\hat{C})}{\xi_C} \right] e^{\frac{k^2 \xi_{D/A}^2}{2b^2}} \partial \left[k_0 \left(\frac{d}{b_0}\right)^{-k/b} \right] = e^{\frac{k^2 \xi_{D/A}^2}{2b^2}} e^{\frac{k^2 \xi_C^2}{2b^2}} k_0 \left(\frac{\hat{C}}{b_0}\right)^{-k/b} = \boxed{k_0 \left(\frac{\hat{C}}{b_0}\right)^{-k/b} e^{\frac{k^2 (\xi_{D/A}^2 + \xi_C^2)}{2b^2}}} \quad (12)$$

Eligiendo como objetivo de performance una probabilidad de falla anual $P_{PL} \leq p^*$ (por ejemplo, 2% en 50 años corresponde a una probabilidad anual de $1/2475$), podemos reescribir la ec.(12) para orientarla a la ecuación de diseño de la siguiente forma,

$$k_0 \left(\frac{\widehat{C}}{b_0} \right)^{-k/b} e^{\frac{k^2(\xi_{D/A}^2 + \xi_C^2)}{2b^2}} \leq p^* \quad (13)$$

O también operando algebraicamente,

$$e^{\frac{k\xi_C^2}{2b}} \widehat{C} \geq e^{\frac{k\xi_{D/A}^2}{2b}} k_0^{b/k} b_0 (p^*)^{-b/k} \quad (14)$$

Teniendo en cuenta la ec. (7), que expresa la relación entre la mediana de la demanda condicional y la aceleración máxima del suelo y la ec.(3) que determina la aceleración máxima del terreno a^* que tiene una probabilidad anual p^* de ser excedida, la mediana de la demanda condicional calculada para una aceleración a^* resulta

$$\widehat{D}^* = b_0 a^{*b} = b_0 \left(k_0^{1/k} p^{*-1/k} \right)^b = b_0 k_0^{b/k} (p^*)^{-b/k} \quad (15)$$

Finalmente reemplazando esta expresión en la ec.(14) se obtiene la ecuación de diseño en el formato buscado [ver ec.(5)]

$$\boxed{e^{\frac{k\xi_C^2}{2b}} \widehat{C} \geq e^{\frac{k\xi_{D/A}^2}{2b}} \widehat{D}^*} \quad (16)$$

Por lo tanto los factores de diseño de minoración de la capacidad y de mayoración de la demanda se calculan en forma explícita de la siguiente forma

$$\phi = e^{-\frac{k\xi_C^2}{2b}} \quad \gamma = e^{\frac{k\xi_{D/A}^2}{2b}} \quad (17)$$

4. DATOS ESTADÍSTICOS DE LA CAPACIDAD

En el diseño utilizando los reglamentos se calculan resistencias nominales de los elementos estructurales y no sus verdaderas resistencias medias. En el diseño sísmico basado en la performance se requiere conocer los valores medios, coeficientes de variación y la distribución de probabilidad de las capacidades de los componentes estructurales.

Ellingwood y Galambos (1982) compilaron datos de las incertidumbres

estadísticas y la relación entre valores medios y nominales de la resistencia de varios tipos de elementos que se resume en la tabla siguiente.

TABLE 1. Typical Statistical Data of Resistance for Various Structural Components (Ellingwood and Galambos 1982)

Structural member (1)	Mean/ nominal ratio (2)	Coefficient of variation (3)	Probability- distribution type (4)
Structural steel			
Tension members, yield	1.05	0.11	Lognormal
Compact beam, uniform moment	1.07	0.13	Lognormal
Concentrically loaded column ^a	1.08	0.15	Lognormal
Beam-column	1.07	0.15	Lognormal
Cold-formed steel, braced beams	1.17	0.17	Lognormal
Reinforced concrete			
Beam in flexure	1.12	0.13	Lognormal
Beam in shear	1.10	0.20	Lognormal
Short tied columns, compression	0.98	0.16	Lognormal
Two-way slabs	1.12	0.14	Lognormal

^aFor columns with intermediate slenderness ratios.

Una publicación de la ASCE ("Uncertainty" 1986), por su parte, menciona que el logaritmo de la desviación estándar, ξ_c , de la capacidad de resistente de tabiques de hormigón armado está en el rango 0.28 a 0.34. Hwang and Jaw (1990) usaron $\xi_c=0.3$ para representar la variabilidad en distintos estados de daño de edificios desde el estado límite de daño no estructural hasta el estado límite de colapso.

En un trabajo reciente sobre pórticos de hormigón armado, Ramamoorthy y otros (2008), también utilizaron $\xi_c=0.3$ para representar la variabilidad en los niveles de daño asociados a distintos valores de las distorsiones de los entrepisos. Por lo tanto $\xi_c=0.3$ fue seleccionado en este trabajo para representar la dispersión de las capacidades. ξ_c es el desvío estándar del logaritmo natural de la capacidad y está relacionado con el coeficiente de variación de la capacidad δ_c por la siguiente ecuación

$$\xi_c = \sqrt{\ln(1 + \delta_c^2)} \quad (18)$$

5. PROCESAMIENTO ESTADÍSTICO DE LA DEMANDA SÍSMICA

Para el análisis estadístico de la demanda sísmica se utilizó la base de datos de la PEER NGA Database (<http://peer.berkeley.edu/nga/>). The Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER) es un centro multidisciplinario de investigación y educación con base en la Universidad de California, Berkley cuya base de datos contiene XXXX sismos de regiones tectónicamente activas, con sus correspondientes mecanismos, magnitudes y distancias. Cada registro ha sido procesado de manera uniforme, y se han filtrado individualmente cada una de sus componentes, dos horizontales y una vertical. A su vez cada registro cuenta con el organismo que lo ha procesado, el nombre del sismo junto con la fecha y hora, su localización, el número de estación (si está disponible), la aceleración, velocidad o desplazamiento con sus respectivas unidades, el número de puntos obtenidos y el intervalo de tiempo entre ellos.

Para este estudio se analizó la respuesta elástica de un grado de libertad y una viga de corte uniforme representando la respuesta de edificios de altura.

En el caso de la respuesta de un grado de libertad se consideraron la pseudoaceleración $S_a(T)$ y el desplazamiento espectral $S_d(T)$ para períodos variables desde $T = 0$ s hasta $T = 3$ s y para un factor de amortiguamiento $\zeta = 0.05$.

En el caso de la respuesta de la viga de corte uniforme se analizaron la máxima distorsión de los entrepisos $IDI(T)$ y la máxima aceleración en los pisos $Acc(T)$ también para períodos variables desde $T = 0$ s hasta $T = 3$ s y para un factor de amortiguamiento $\zeta = 0.05$.

6. EJEMPLO DE APLICACIÓN AL DISEÑO SÍSMICO BASADO EN LA PERFORMANCE

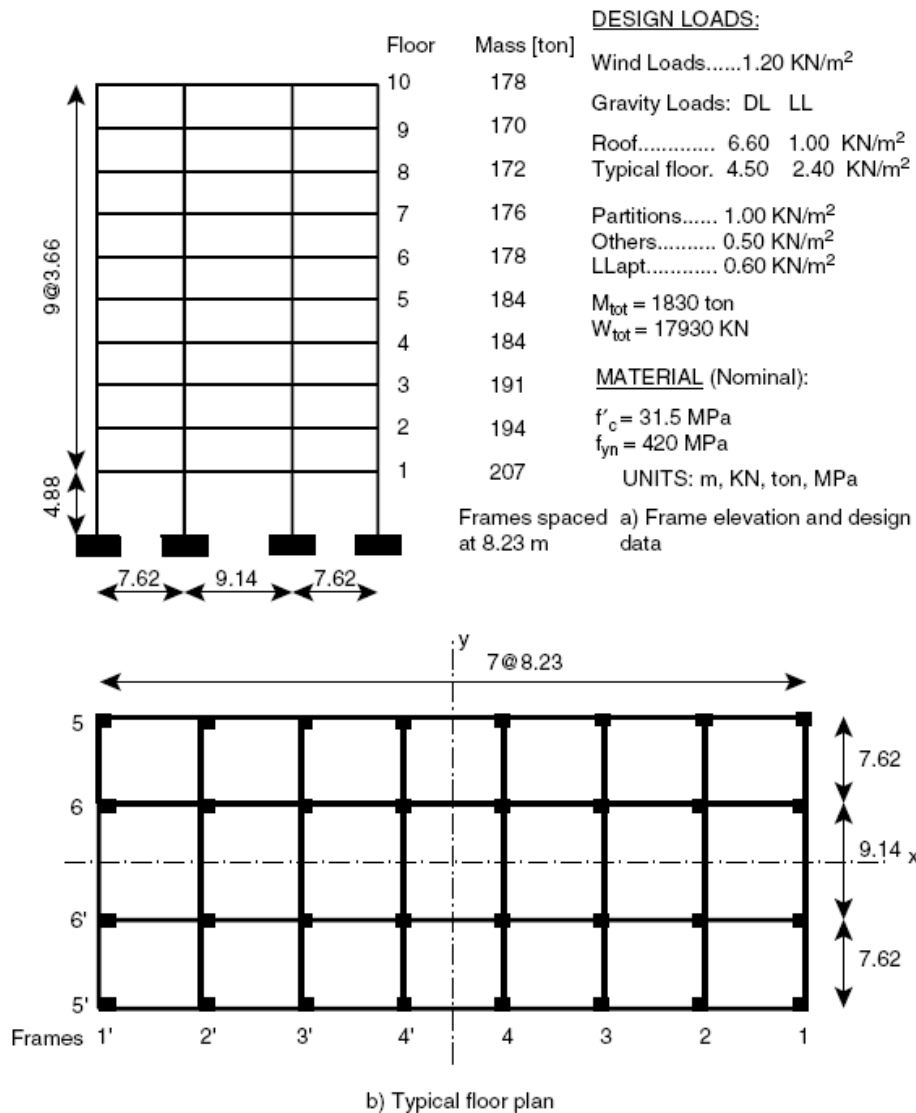


Figura 2

DADOS:

1. Función del edificio (Edificio de oficinas de 10 pisos)
2. Ubicación: San Juan (Argentina)
3. Condiciones del suelo: Suelo firme, $V_{S30} =$
4. Configuración estructural y lay-out (Figura 2)
5. Objetivos de Performance (Tabla 2)

SE REQUIERE: Coeficientes de diseño de minoración de las capacidades y de mayoración de las demandas para cada objetivo de performance.

Tabla 2

Nivel de Performance Sísmica	Nivel de Intensidad Sísmica	Daño Estructural		Daño No-estructural (1)		Daño a los contenidos (1)	
		Índice de Daño Local	Prob. de Falla Cond. (2)	IDI	Prob. de Falla Cond. (2)	Aceler.	Prob. de Falla Cond.. (2)
Servicio	43	0.20	40%	0.003	40%	0.6 g	40%
Operacional	75	0.40	30%	0.006	30%	0.9 g	30%
Protección de Vidas	475	0.60	25%	0.015	25%	1.2 g	25%
Colapso Impedido	970	0.80	20%	0.020	20%	1.5 g	20%

(1) Para controlar el daño no-estructural y a los contenidos puede ser necesario limitar la interacción de IDI (distorsiones de entrepisos), velocidades y aceleraciones de pisos.

(2) La probabilidad condicional es la probabilidad de excedencia del estado límite dada la ocurrencia del movimiento sísmico con el período de retorno considerado

Anexo 2

Se muestran, a continuación, la deducción de las expresiones (2) y (3) planteadas en el desarrollo.-

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(ax^2+bx+c)} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{(b^2-4ac)/4a}$$

$$\int_0^{\infty} \Phi[\ln(\frac{b_0 a^b}{d})^{1/\xi}] d(k_0 a^{-k}) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi[u] d[k_0 (\frac{d}{b_0})^{-k/b} e^{-u\xi\frac{k}{b}}] =$$

$$= \Phi[u] k_0 (\frac{d}{b_0})^{-k/b} e^{-u\xi\frac{k}{b}} \Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} \Phi[u] k_0 (\frac{d}{b_0})^{-k/b} e^{-u\xi\frac{k}{b}} du$$

$$- \int \Phi[\ln(\frac{b_0 a^b}{d})^{1/\xi}] d(k_0 a^{-k}) = k_0 (\frac{d}{b_0})^{-k/b} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{u^2/2} e^{-u\xi\frac{k}{b}} du =$$

$$= k_0 (\frac{d}{b_0})^{-k/b} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(u^2/2 + u\xi\frac{k}{b})} du =$$

$$= k_0 (\frac{d}{b_0})^{-k/b} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{2\pi} e^{-\xi^2 k^2 / 2b^2} = \boxed{k_0 (\frac{d}{b_0})^{-k/b} e^{-\xi^2 k^2 / 2b^2}}$$

$$\int_0^{\infty} \Phi[\frac{\ln d/\hat{c}}{\xi_C}] e^{\frac{k^2 \xi^2 D/A}{2b^2}} d[k_0 (\frac{d}{b_0})^{-k/b}] =$$

$$= \Phi[u] k_0 (\frac{\hat{C}}{b_0})^{-k/b} e^{-u\xi\frac{k}{b}} \Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} \Phi[u] k_0 (\frac{\hat{C}}{b_0})^{-k/b} e^{-u\xi\frac{k}{b}} du$$

$$- \int_0^{\infty} \Phi[\frac{\ln d/\hat{c}}{\xi_C}] e^{\frac{k^2 \xi^2 D/A}{2b^2}} d[k_0 (\frac{d}{b_0})^{-k/b}] = k_0 (\frac{\hat{C}}{b_0})^{-k/b} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(u^2/2 + u\xi\frac{k}{b})} du =$$

$$= \boxed{k_0 (\frac{\hat{C}}{b_0})^{-k/b} e^{-\xi^2 k^2 / 2b^2}}$$

Referencias

Bertero, Raúl D. and Bertero, Vitelmo V. "Performance-Based Seismic Engineering: Need For A Reliable Conceptual Comprehensive Approach", Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics. March 2002. John Wiley & Sons.

Cornell, Allin; Fatemeh, Jalayer; Ronald O. Hamburger and Douglas A. Foutch (2002), "Probabilistic Basis for 2000 SAC Federal Emergency Management Agency Steel Moment Frame Guidelines" Journal of Structural Engineering, Vol. 128, No. 4, April 1, 2002. American Society of Civil Engineering (ASCE)

Ellingwood, B., and Galambos, T. V. (1982). "Probability-based criteria for structural design." Struct. Safety, 1, 17-26.

Hwang, H., and Jaw, J. W. (1989). "Statistical evaluation of response modification factors for reinforced concrete structures." Tech. Rep. NCEER-89-O002, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York, Buffalo, N.Y.

Ramamoorthy, S. K., Gardoni, P., and Bracci, J. M., (2008). "Seismic Fragility and Confidence Bounds for Gravity Load Designed Reinforced Concrete Frames of Varying Height." Journal of Structural Engineering, Vol. 134, No. 4, April 2008. 639-649.

"Uncertainty and conservatism in the seismic analysis and design of nuclear facilities." (1986). ASCE, New York, N.Y.

Yun, S. Y., and Foutch, D. A. (2000). "Performance prediction and evaluation of low ductility steel moment frames for seismic loads." SAC Background Rep. No. SAC/BD-00/26, SAC Joint Venture, Richmond, Calif.