

AADIP

Asociación Argentina de Ingenieros Portuarios

SEGUNDO CONGRESO DE INGENIERÍA PORTUARIA

BUENOS AIRES, OCTUBRE DE 2001

TABLESTACADOS CON MÚLTIPLES NIVELES DE ATENSORAMIENTO

VERRI, Alejandro D. – DEL VECCHIO, Alberto

RESUMEN:

Se plantea un procedimiento numérico para el cálculo de tablestacados con múltiples niveles de tensores que utiliza la combinación de la teoría de equilibrio límite juntamente con una formulación hiperbólica del módulo de reacción lateral del terreno. Esta formulación permite determinar, mediante la solución de un único sistema no-lineal de ecuaciones, los esfuerzos característicos y las reacciones en los tensores para un grado de empotramiento elegido. El método permite analizar la influencia de la longitud de ficha adoptada sobre los esfuerzos característicos en la estructura, con lo que es posible definir un factor de seguridad para una longitud de ficha adoptada en el diseño.

INTRODUCCIÓN

Los tablestacados anclados son un tipo particular de estructura de retención flexible de suelos generalmente en fronteras con agua y presentan particularidades que ameritan un análisis especial. La profundidad de empotramiento de la pantalla y la rigidez relativa entre el terreno y la pantalla tienen influencia sobre la magnitud y la distribución de los empujes de tierras en la hipótesis de equilibrio límite, por lo que es fundamental contar con una formulación aproximada que permita evaluar los esfuerzos característicos de la estructura y los esfuerzos del sistema de anclajes para una determinada profundidad de empotramiento de diseño.

Los métodos de cálculo para evaluar este tipo de problemas de interacción en general pueden seguir dos caminos claramente diferentes. Un planteo basado en el equilibrio límite entre las acciones activas y las reacciones pasivas del terreno, estableciendo una cierta distribución de las mismas y calculando sobre la base de éstas, esfuerzos característicos y deformaciones del tablestacado. En este planteo se basan los métodos de cálculo clásicos [T1],[G1]. El otro planteo posible es aplicar el concepto de que la reacción lateral del terreno en contacto con la estructura sigue una determinada ley en relación con los desplazamientos correspondientes. Conocida la ley de variación del módulo de reacción del terreno en función de los desplazamientos, es posible utilizar las ecuaciones para el cálculo de vigas sobre medio elástico [N1],[N2].

DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO

En el procedimiento de cálculo propuesto se divide al problema en dos zonas de análisis, las cuales estarán limitadas por un punto denominado apoyo virtual, y sobre el cual se plantearán el equilibrio y la compatibilidad de las deformaciones de la estructura. La profundidad D en la cual se localiza al apoyo virtual, y el desplazamiento horizontal y_A del mismo, serán las incógnitas a determinar en el sistema no-lineal de ecuaciones.

Hasta esta profundidad D se utiliza la teoría clásica de empuje de tierras para el planteo de las ecuaciones de equilibrio, las cuales se determinan mediante la resolución de un sistema hiperestático debido a la existencia de múltiples niveles de tensores.

Por debajo de la profundidad D , las deformaciones del tablestacado serán menores a las necesarias para desarrollar un estado límite. Mediante la teoría de vigas sobre medio elástico se calculan los desplazamientos horizontales de la estructura inferior y se plantea como ecuación de compatibilidad, la reacción lateral del suelo en función de la deformación horizontal y_A en el apoyo virtual, utilizando la formulación hiperbólica del coeficiente de balasto.

La evaluación del módulo de deformación lateral del terreno es de importancia para determinar la interacción entre la estructura empotrada y el suelo. La formulación hiperbólica utilizada en las expresiones del módulo de reacción lateral del terreno, introducen al problema una relación no-lineal entre las cargas y los desplazamientos laterales de la estructura. La utilización de esta formulación obliga entonces, a un procedimiento iterativo de predicción y corrección del valor de los desplazamientos y del módulo de reacción horizontal del terreno en el punto elegido. El procedimiento utiliza los dos métodos de cálculo mencionados anteriormente, tratados de manera consistente por separado [N2].

SISTEMA SUPERIOR

Se acepta como hipótesis para el modelo que el sector de tablestacado comprendido entre el coronamiento y el apoyo virtual (OA) sufrirá deformaciones horizontales que permitirán el desarrollo de presiones activas y pasivas con leyes de distribución conocidas y constantes durante el trabajo de deformación de la estructura. La validez de esta hipótesis dependerá tanto de la rigidez relativa del sistema de tensores y anclajes como así también del proceso constructivo del tablestacado.

La utilización de dicha hipótesis permite plantear en este sector un sistema de ecuaciones de equilibrio límite, que denominamos sistema superior, a partir del modelo de una viga sobre apoyos elásticos en la zona activa en correspondencia con los tensores, y un único apoyo elástico en la zona pasiva, que denominamos apoyo virtual. Las reacciones en el apoyo virtual quedan determinadas por las expresiones [1, 2]

$$R_A(y, D) = R_A^0 + \sum_{k=1}^{NA} X_k \quad [1]$$

$$M_A(y, D) = M_A^0 + \sum_{j=1}^{NA} X_j \cdot (L_j + D) \quad [2]$$

Las ecuaciones [1] y [2] son ecuaciones de equilibrio límite, ya que únicamente son válidas para aquellos valores de profundidad D hasta los cuales se desarrollan los diagramas de presiones activas y pasivas.

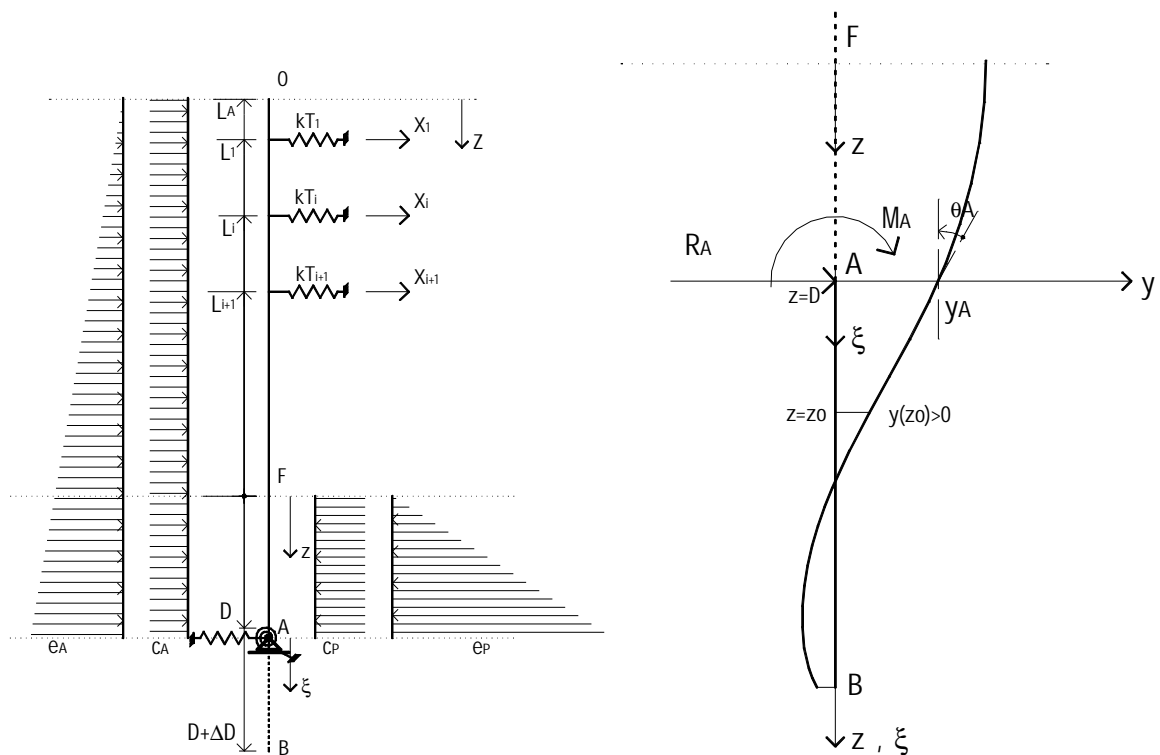


Figura [1]: Sistema superior (OA) e inferior (AB).

La determinación de las reacciones del sistema superior, dadas por las expresiones [1] y [2], implica la resolución un sistema de ecuaciones estáticamente indeterminado con un grado de indeterminación igual al número de tensores (NA). Las incógnitas del sistema superior serán las reacciones de los tensores en cada coordenada [3].

$$X_i(y, D) = - \sum_{k=1}^{NA} R_{i,k} \cdot a_k^0 \quad [3]$$

Los elementos de la matriz de flexibilidad asociada al sistema superior se pueden dividir en dos partes: un término lineal dependiente únicamente de la profundidad del apoyo virtual D, y un término no-lineal dependiente de las deformaciones en el apoyo virtual.

$$F_{i,j}(y, D) = f_{i,j}^L + f_{i,j}^{NL} \quad [4]$$

La parte lineal de la matriz de flexibilidad se calcula con las expresiones [5,6,7]. Los elementos de la diagonal de la matriz de flexibilidad lineal del sistema incluyen a la flexibilidad del sistema compuesto tensor-anclaje [7]. Este término puede ser lineal respecto de las deformaciones o no, dependiendo del sistema de anclajes adoptado y de la formulación utilizada para la evaluación de los desplazamientos del mismo.

$$f_{i,j}^L(D) = \frac{(2 \cdot D + 3 \cdot L_j - L_i) \cdot (L_i + D)^2}{6 \cdot EJ} \quad \text{si } (i > j) \quad [5]$$

$$f_{i,j}^L(D) = \frac{(2 \cdot D + 3 \cdot L_i - L_j) \cdot (L_j + D)^2}{6 \cdot EJ} \quad \text{si } (i < j) \quad [6]$$

$$f_{i,i}^L(D) = \frac{(L_i + D)^3}{3 \cdot EJ} - \frac{1}{kT_i} \quad \text{si } (i \equiv j) \quad [7]$$

Debido a que la solución involucra un proceso iterativo, cada iteración se deberá evaluar el par de valores (y, D) en las expresiones [5,6,7,27] para la actualización de la matriz de rigidez del sistema superior.

$$[R(y, D)] = [F]^{-1} \quad [8]$$

El término independiente de las ecuaciones de equilibrio se puede dividir en dos partes: la parte lineal que depende únicamente de las acciones del sistema superior [10], y una parte no lineal que depende además de las deformaciones del apoyo virtual [28].

$$a_i^0(y, D) = a_i^{0,L} + a_i^{0,NL} \quad [9]$$

$$a_i^{0,L}(D) = \Gamma_0 + \Gamma_1 \cdot L_i + \Gamma_2 \cdot (L_i)^2 + \Gamma_3 \cdot (L_i)^3 + \Gamma_4 \cdot (L_i)^4 + \Gamma_5 \cdot (L_i)^5 \quad [10]$$

$$\Gamma_0(D) = \frac{D^4 \cdot (15 \cdot c_P + 4 \cdot e_P)}{120 \cdot EJ} \quad [11]$$

$$\Gamma_1(D) = \frac{D \cdot (8 \cdot D \cdot e_A \cdot L_A - D^2 \cdot (4 \cdot c_P - 4 \cdot e_A + e_P) + 4 \cdot e_A \cdot (L_A)^2 + 12 \cdot c_A \cdot (D + L_A)^2)}{24 \cdot EJ} \quad [12]$$

$$\Gamma_2(D) = \frac{(D + L_A) \cdot (3 \cdot c_A \cdot (D - L_A) + e_A \cdot (2 \cdot D - L_A))}{12 \cdot EJ} \quad [13]$$

$$\Gamma_3(D) = \frac{D \cdot e_A - L_A \cdot (2 \cdot c_A + e_A)}{12 \cdot EJ} \quad [14]$$

$$\Gamma_4(D) = \frac{e_A \cdot L_A + c_A \cdot (D + L_A)}{24 \cdot EJ \cdot (D + L_A)} \quad [15]$$

$$\Gamma_5(D) = \frac{e_A}{120 \cdot EJ \cdot (D + L_A)} \quad [16]$$

Para los diagramas dados de empuje de tierras de la Figura 1, las resultantes de las acciones activas y pasivas R_A^0 y M_A^0 se obtienen con las expresiones [17,18], teniendo en cuenta que el valor de las presiones e_A y e_P se deben evaluar a profundidad del apoyo virtual.

$$R_A^0(D) = \frac{e_A \cdot (L_A + D)}{2} + c_A \cdot (L_A + D) - \frac{e_P \cdot D}{2} - c_P \cdot D \quad [17]$$

$$M_A^0(D) = \frac{e_A \cdot (L_A + D)^2}{6} + \frac{c_A \cdot (L_A + D)^2}{2} - \frac{e_P \cdot D^2}{6} - \frac{c_P \cdot D^2}{2} \quad [18]$$

SISTEMA INFERIOR

El grado de empotramiento elástico que brinda el apoyo virtual al sistema superior dependerá de la longitud de tablestacado existente por debajo del mismo. El sector de tablestacado formado exclusivamente por la parte de la estructura debajo del apoyo virtual (AB) determina otro grupo de ecuaciones que denominamos sistema inferior y el cual resulta del planteo de una viga de longitud finita (AB) sobre apoyos elásticos. De este sistema inferior se obtiene la condición que vincula al desplazamiento horizontal con las reacciones del sistema superior [19].

$$y_A(y, D) = A_{yo} \cdot R_A - B_{yo} \cdot M_A \quad [19]$$

La ecuación [19] es una ecuación de equilibrio ya que expresa una combinación lineal de las ecuaciones de equilibrio [1] y [2]. Las expresiones de los coeficientes A y B se obtienen de la teoría de vigas cortas sobre apoyos elásticos [G1], planteadas en el origen de coordenadas del sistema inferior ($\xi = 0$).

$$A_{yo}(y, D) = \frac{Ch(\lambda) \cdot Sh(\lambda) - Cos(\lambda) \cdot Sin(\lambda)}{2 \cdot (Sh(\lambda)^2 - Sin(\lambda)^2)} \cdot \frac{T^3}{EJ} \quad [20]$$

$$B_{yo}(y, D) = \frac{Sin(\lambda)^2 + Sh(\lambda)^2}{2 \cdot (Sin(\lambda)^2 - Sh(\lambda)^2)} \cdot \frac{T^2}{EJ} \quad [21]$$

$$A_{\theta b}(y, D) = \frac{Sin(\lambda)^2 + Sh(\lambda)^2}{2 \cdot (Sin(\lambda)^2 - Sh(\lambda)^2)} \cdot \frac{T^2}{EJ} \quad [22]$$

$$B_{\theta b}(y, D) = \frac{Sin(\lambda) \cdot Cos(\lambda) + Sh(\lambda) \cdot Ch(\lambda)}{Sh(\lambda)^2 - Sin(\lambda)^2} \cdot \frac{T}{EJ} \quad [23]$$

La longitud relativa y la longitud elástica de la viga del sistema inferior están dadas por las expresiones [24,25]. En la expresión [25], k_h es el módulo de deformación horizontal del terreno, y B es el ancho de tablestacado analizado.

$$\lambda(y, D) = \frac{\Delta D}{T} = \frac{\eta \cdot D}{T} = \frac{(\kappa - 1) \cdot D}{T} \quad [24]$$

$$T(y, D) = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot EJ}{k_h \cdot B}} \quad [25]$$

$$\eta \geq \eta_{\min} = 0.20 \cdot \frac{T}{D} \quad [26]$$

Para valores de λ menores a 0.20, las expresiones hacen inestables al sistema ya que las funciones A y B tienden a valores muy grandes. Para verificar que la solución del sistema de ecuaciones no se encuentra enmascarada por errores numéricos, se deberá verificar que el parámetro de diseño η no sea menor a un mínimo [26]:

Conocidos los valores de los coeficientes A_{yo} , B_{yo} , $A_{\theta b}$, $B_{\theta b}$, se completa el cálculo de los términos no lineales del sistema superior, que dependen de las deformaciones del apoyo virtual.

$$f_{i,j}^{NL}(y, D) = A_{yo} - B_{yo} \cdot (L_j + D) + (L_i + D) \cdot (A_{\theta b} - B_{\theta b} \cdot (L_j + D)) \quad [27]$$

$$a_i^{0,NL}(y, D) = (A_{yo} R_A^0 - B_{yo} M_A^0) + (L_i + D) \cdot (A_{\theta b} \cdot R_A^0 - B_{\theta b} \cdot M_A^0) \quad [28]$$

MÓDULO DE REACCIÓN LATERAL DEL TERRENO

Para la determinación del módulo de reacción lateral del terreno se utiliza la formulación hiperbólica del E. Núñez. Para una explicación detallada de los parámetros involucrados en dicha formulación y su evaluación, se recomienda la lectura de los trabajos de E. Núñez citados en las referencias [N1],[N2],[N3].

$$p(y) = k_h \cdot y \quad [29]$$

$$k_h(y) = \frac{k_{hi}}{1 + k_{hi} \cdot \frac{d_R}{p_R} \cdot y} \quad [30]$$

Para suelos cohesivos compactos y duros se considera una distribución del módulo de reacción horizontal constante con la profundidad [31]. En cambio, para suelos normalmente consolidados o suelos incoherentes, se utiliza la expresión [32] donde el módulo de reacción horizontal aumenta con la profundidad con una ley de variación lineal.

Las ecuaciones de vigas cortas sobre medio elástico utilizadas en este modelo se encuentran resueltas de manera analítica para valores del módulo de reacción horizontal del terreno constante con la profundidad, por lo que se hace necesario adoptar una profundidad inicial de referencia (z_o) para poder efectuar los cálculos.

La evaluación del módulo de reacción horizontal del terreno en la coordenada inicial de referencia supone en primera aproximación que no se desarrollan contra-empujes, es decir, que la deformada del sistema inferior tendrá un valor positivo según el sistema de coordenadas de la figura [1]. Esta coordenada puede corregirse en las iteraciones siguientes si se incorpora una condición a cumplir por la misma, como por ejemplo, de desplazamientos horizontales nulos.

$$k_{hi} = \frac{E_{ui}}{2 \cdot \kappa \cdot D} \quad (\text{Arcillas compactas con } y(z_o) > 0) \quad [31-A]$$

$$k_{hi} = \frac{n_{hi} \cdot z_o}{3 \cdot \kappa \cdot D} \quad (\text{Arenas y arcillas normalmente consolidadas con } y(z_o) > 0) \quad [32-A]$$

$$p_R = p_P(z_o) \quad (y(z_o) > 0) \quad [33-A]$$

SOLUCIÓN DEL SISTEMA NO-LINEAL DE ECUACIONES

Todas las relaciones funcionales dadas en los párrafos anteriores, permite plantear un sistema no-lineal de ecuaciones. La solución de este sistema de ecuaciones permite obtener las dos incógnitas del sistema: el desplazamiento horizontal y_A y la profundidad del apoyo virtual D , hasta la cual se consideran válidas las expresiones de equilibrio límite.

$$y_A = A_{yo}(y_A, D) \cdot R_A(y_A, D) + B_{yo}(y_A, D) \cdot M_A(y_A, D) \quad [34]$$

$$p_A(y_A, D) = k_h(y_A, D) \cdot y_A \leq p_R(D) \quad [35]$$

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} y_A \\ D \end{Bmatrix} \quad [36]$$

$$\{G(X)\} = \begin{Bmatrix} y_A - A_{yo}(y_A, D) \cdot R_A(y_A, D) + B_{yo}(y_A, D) \cdot M_A(y_A, D) \\ k_h(y_A, D) \cdot y_A - p_R(D) \end{Bmatrix} \approx \{0\} \quad [37]$$

Este sistema de ecuaciones se puede resolver con cualquier método conocido de solución de sistemas no-lineales. El método de Newton-Raphson posee la ventaja de tener convergencia cuadrática y requerir una sola suposición inicial $\{X_0\}$ para comenzar a iterar, pero también requiere evaluar la expresión analítica o numérica de la matriz tangente del sistema de ecuaciones, en cada iteración. El método de la secante es muy utilizado en este tipo de problemas ya que no requiere la evaluación del jacobiano del sistema de ecuaciones pero posee convergencia lineal y requiere de dos puntos iniciales $\{X_0\}$ y $\{X_1\}$ que deben cumplir ciertas condiciones para la convergencia del método. Ambos métodos y sus respectivos algoritmos se encuentran ampliamente detallados en la bibliografía clásica [G2],[P1].

FACTOR DE SEGURIDAD

Para la solución del sistema de ecuaciones, se deberá adoptar un “grado de empotramiento” de diseño dado por el parámetro η . La profundidad total de hincas del tablestacado estará dada entonces por la incógnita D más una longitud ΔD . El parámetro η no es una incógnita del sistema sino que es una variable de diseño el cual tendrá influencia directa sobre la seguridad real del tablestacado.

$$\Delta D = \eta \cdot D \quad [38]$$

$$D_{tot} = D + \Delta D = \kappa \cdot D = (1 + \eta) \cdot D \quad [39]$$

El factor de seguridad del tablestacado podrá calcularse como el mínimo valor entre los factores de seguridad para los diferentes mecanismos de falla que intervienen en este tipo de estructuras. En particular, para el mecanismo de falla por deslizamiento al pié, se define un factor de seguridad que expresa la relación entre la resultante de las acciones al comienzo del empotramiento y la resistencia pasiva disponible del terreno.

$$FS = \frac{R_A^0(D + \eta \cdot D)}{R_A^0(0) - \sum_{k=1}^{NA} X_k} \quad [40]$$

$$R_A^0(D + \eta \cdot D) = \frac{e_A(D_{tot}) \cdot (L_A + D_{tot})}{2} + c_A \cdot (L_A + D_{tot}) - \frac{e_P(D_{tot}) \cdot (D_{tot})}{2} - c_P \cdot (D_{tot}) \quad [17.1]$$

$$R_A^0(0) = \frac{e_A(0) \cdot L_A}{2} + c_A \cdot L_A \quad [17.2]$$

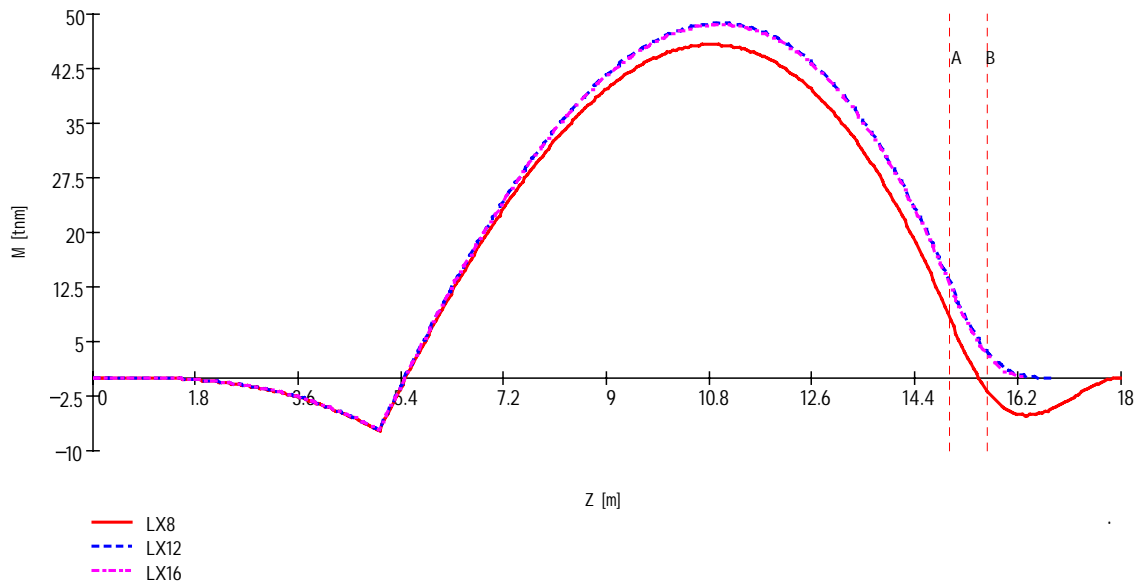


Figura 2: Momentos flexores de un tablestacado con un tensor. Datos del suelo: Arcilla limosa $N=20$; $\phi' = 26^\circ$; $c' = 20.0 \text{ KN/m}^2$; $d_R=0.85$; $E_{ui}=85 \text{ MN/m}^2$. $q_A=11. \text{ KN/m}^2$ Datos de los anclajes: $L_A= 15.0 \text{ m}$; $L_1=10.0 \text{ m}$. ; $\Phi_1=50 \text{ mm}$. Empotramiento adoptado $\eta_1=3.5$ (LX8) ; $\eta_2=2.0$ (LX12) ; $\eta_3 =1.0$ (LX16). Resultados obtenidos: $D_1= 0.67 \text{ m}$; $D_2=1.06 \text{ m}$; $D_3=0.66 \text{ m}$; $y_1= 7.5 \text{ cm}$; $y_2=3.5 \text{ cm}$; $y_3=3.2 \text{ cm}$.

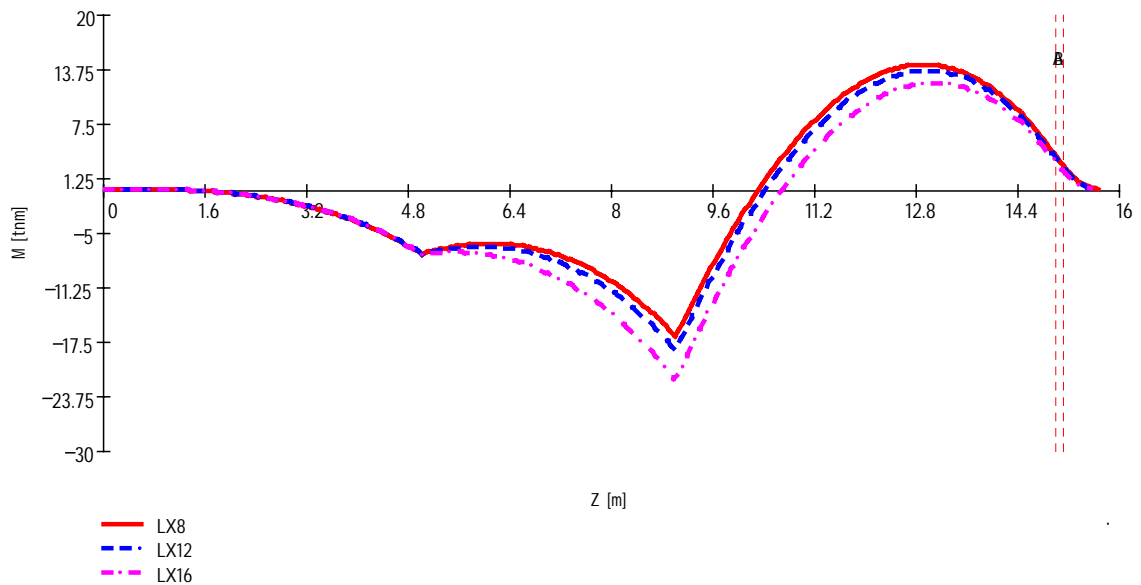


Figura 3: Momentos flexores de un tablestacado con doble tensor. Datos del suelo: Arcilla limosa $N=20$; $\phi' = 26^\circ$; $c' = 20.0 \text{ KN/m}^2$. ; $d_R=0.85$; $E_{ui}=85.0 \text{ MN/m}^2$. $q_A=11.0 \text{ KN/m}^2$ Datos de los anclajes: $L_A= 15.0 \text{ m}$; $L_1=10.0 \text{ m}$. ; $\Phi_1=40 \text{ mm}$. $\Phi_2=40 \text{ mm}$; Empotramiento adoptado $\eta_1=4$ (LX8) ; $\eta_2=4.0$ (LX12) ; $\eta_3 =4.0$ (LX16). Resultados obtenidos: $D_1=0.138\text{m}$; $D_2=0.128\text{m}$; $D_3=0.117\text{m}$; $y_1= 1.7 \text{ cm}$; $y_2=1.6 \text{ cm}$; $y_3=1.4 \text{ cm}$.

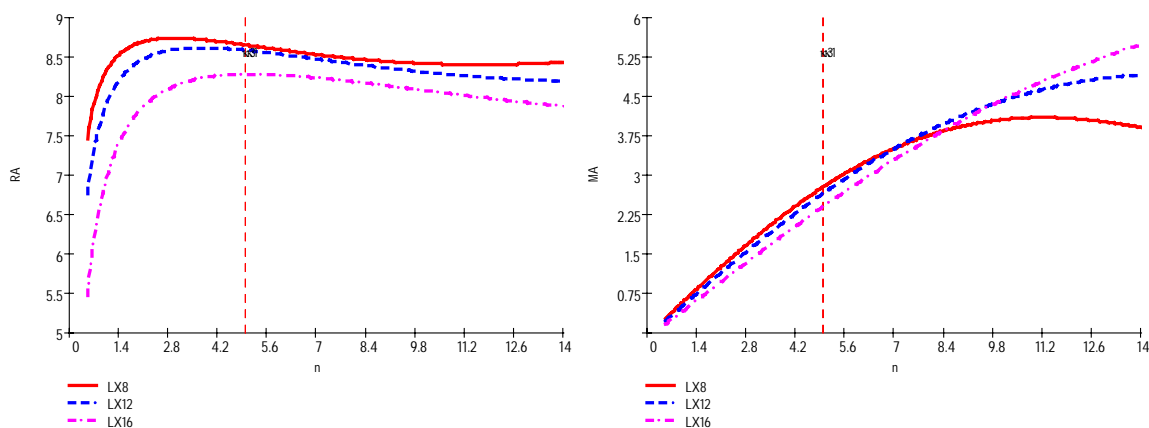


Figura 4: Variación de las Reacciones en el Apoyo Virtual en función del grado de empotramiento (η) para diferentes tipos de tablestaca. Los datos utilizados corresponden a los datos en el ejemplo de la figura 3.

CONCLUSIONES

Se presentó un método de diseño de tablestacados con múltiples niveles de atensoramiento, que considera la no-linealidad de los suelos y la degradación de su rigidez con el aumento de la deformación. El método permite determinar el esfuerzo en los tensores, las solicitaciones estructurales en las tablestacas, y los coeficientes de seguridad, tanto de los tensores como para la falla al pie del tablestacado. Se presentaron algunos ejemplos en los cuales se observa la influencia de la longitud de ficha sobre el comportamiento global.

AGRADECIMIENTOS

El autor expresa su agradecimiento a los ingenieros. E. Núñez y A. O. Sfriso, con los que se discutieron en detalle estos temas en diversas oportunidades y colaboraron en la concepción de las ideas que se presentan en este trabajo.

REFERENCIAS

- [N1] Núñez, E., *Módulo de reacción del terreno o Coeficiente de Balasto* - Boletín 07/96 - SAMS
- [N2] Núñez, E., *Acciones Laterales en Pilotes* - Boletín 12/96 - SAMS
- [N3] Núñez, E., *Caracterización de Suelos* - 8° Congreso SAMS, Neuquén, Argentina
- [T1] Tschebotarioff, G., *Mecánica del Suelo* - Ed. Aguilar
- [G1] Jiménez Salas., *Geotecnia y Cimientos- Tomo III- 1° y 2° parte* -Ed.Rueda
- [G2] Gerald, C., Wheatley, P., *Applied Numerical Análisis*- Adison Wesley
- [P1] Press, W., Flannery, B., Vetterling, W. *Numerical Recipes In FORTRAN:The Art of Scientific Computing* - Cambridge University Press.